

---

## **Regards croisés à propos d'une situation de résolution d'un « problème pour chercher » en mathématiques.**

### **Questionnements théorique et méthodologique à partir d'une analyse des interactions dans la classe en termes de partage et de transfert de responsabilité(s)**

**Magali Hersant\*, Marie-Paule Vannier\*\***

\* CREN – EA 2661 Université de Nantes & IUFM des Pays de la Loire  
magali.hersant@paysdelaloire.iufm.fr

\*\* CREN – EA 2661 Université de Nantes & IUFM des Pays de la Loire  
mavannier@paysdelaloire.iufm.fr

---

*RÉSUMÉ. Cette communication est l'occasion de mettre en évidence et de questionner la complémentarité d'analyses produites autour de la notion de responsabilité dans l'avancée d'une résolution d'un problème mathématique particulier, dit « problème pour chercher ». Là où une didacticienne des mathématiques privilégiera la question du « partage de responsabilité » entre l'enseignant et l'élève afin d'étudier à un niveau local le contrat didactique qui se met en place et évolue dans la classe (Brousseau, 1986 ; Hersant, 2004), une référence à la psychologie des apprentissages socialement médiatisés conduira à étudier la dynamique des interactions en termes de « transfert de responsabilité » (Rogoff, 1999 ; Vannier-Benmostapha, 2003). En terme de transfert, il s'agira notamment d'appréhender les conditions d'appropriation par les élèves des contraintes du problème, éléments déterminants pour justifier les solutions proposées.*

*MOTS-CLÉS : résolution de problèmes – mathématiques - interactions langagières – théorie des situations – psychologie cognitive*

---

## 1. Introduction

Notre contribution est l'occasion de mettre en évidence le lien étroit, et souvent occulté, entre discipline de référence, méthodologie d'analyse et informations apportées par l'analyse. En effet, dès le début de notre collaboration, autour de la question « comment ça avance ? » à propos de séances de type « problèmes pour chercher »<sup>1</sup> nous nous sommes confrontées à la question du découpage d'un corpus en unités significatives selon que l'on privilégie une entrée en termes de partage de responsabilité en référence à la théorie des situations didactiques (Brousseau, 1986) ou en termes de transfert de responsabilité, en référence à une théorie de l'apprentissage socialement médiatisé (Vygotski, 1985). Partant de là, nous présenterons les premiers résultats d'un travail d'articulation théorique au service d'une meilleure compréhension des phénomènes d'enseignement-apprentissage.

## 2. Le contexte de la recherche : une analyse plurielle d'un même corpus

L'analyse plurielle des pratiques enseignantes représente un axe important de recherche au sein du CREN. L'étude des interactions maître-élèves y occupe une place centrale. La pluralité de l'analyse tient principalement à la diversité des ancrages théoriques et des champs disciplinaires convoqués. Les observations portent de préférence sur des situations innovantes et « critiques » - au sens de difficiles à mettre en œuvre - telles que la conduite d'un débat en sciences de la vie et de la terre ou en mathématiques. La comparaison entre enseignant expérimenté et enseignant débutant y est privilégiée.

Chaque enseignant-chercheur est invité à développer une analyse originale d'un même corpus, partant d'une question commune : *comment ça avance ?* Le choix d'une telle formulation, à la fois vague (du point de vue de la définition du *ça*) et précise (dans son exigence de référence à une avancée) répond au besoin de faire converger les différentes analyses produites vers un objet commun d'étude.

Avant de définir les cadres théoriques, donnons quelques précisions sur le corpus étudié.

### 2.0. Les enseignants observés

---

<sup>1</sup> Ce type de problème est défini dans les textes de référence<sup>1</sup> en opposition aux problèmes qui permettent la construction ou le réinvestissement de connaissances. Il s'agit de développer chez les élèves « des compétences d'ordre méthodologique : émettre des hypothèses et les tester, faire et gérer des essais successifs, élaborer une solution originale et en éprouver la validité, argumenter ».

Deux enseignants ont accepté de participer à cette recherche : un professeur des écoles stagiaire (nommé P1 dans la suite de notre propos) et un maître-formateur (P2). P1 a suivi un stage de pratique accompagnée chez P2.

Le contrat passé avec le chercheur invite ces deux enseignants à conduire, chacun dans une classe de cycle 3, la résolution du problème mathématique particulier dit des « trois nombres qui se suivent ».

### **2.1. Le problème dit des « trois nombres qui se suivent »**

« Etant donné un nombre entier naturel  $n$  quelconque il s'agit de déterminer s'il peut s'écrire comme la somme de trois nombres qui se suivent ». Ce problème est conçu pour des classes de cycle 3 avec l'objectif de développer chez les élèves des capacités à formuler des propositions et des arguments. Le problème est proposé aux élèves pour les nombres 15, 96 et 46. Le nombre 36 est envisagé pour les élèves qui rencontreraient des difficultés face au nombre 96.

### **2.2. Une préparation commune de la séance à conduire en classe**

La séance observée a fait l'objet d'une préparation commune avec le chercheur<sup>2</sup>. Le déroulement établi avec les deux enseignants prévoit de poser le problème pour le nombre 15 et d'en faire une résolution orale collective de manière à s'assurer que les élèves ont bien compris la consigne (« le nombre 15 peut-il s'écrire comme la somme de trois nombres qui se suivent ? Oui ? Non ? Pourquoi ? ») ainsi que les deux contraintes à respecter (« trois nombres qui se suivent » et « la somme égale 15 »).

Ensuite, individuellement et par écrit, les élèves doivent résoudre le problème pour 96 (éventuellement 36), avec une consigne identique. Les différentes solutions trouvées dans la classe font l'objet d'une confrontation collective.

Dans un troisième temps, les élèves sont confrontés à la résolution du problème pour 46 (nombre qui n'accepte pas de décomposition sous la forme d'une somme de trois nombres qui se suivent !). Le travail est organisé par petits groupes. Chaque groupe est invité à produire une affiche pour exposer sa solution. Ces affiches serviront de support au débat mathématique au sein de la classe.

### **2.3. Le corpus analysé**

P1 a conduit la séance dans la classe de P2 tandis que P2 a dû « emprunter » la classe d'un collègue de l'école pour les besoins de la recherche. P1 a assisté à la

---

<sup>2</sup> Magali Hersant également formatrice à l'IUFM.

séance conduite par P2 quelques jours auparavant<sup>3</sup>. P2 assiste également à la séance de P1.

Les séances menées sont filmées et les interactions langagières retranscrites intégralement.

### **3. Entre *partage* et *transfert* de responsabilité (s) : à la rencontre de deux points de vue complémentaires ?**

Notre collaboration est née d'un constat : les entrées que nous avons retenues pour appréhender le corpus semblaient *a priori* très proches. En effet, la recherche d'une réponse à la question « comment ça avance ? » nous conduisait, l'une comme l'autre, à nous intéresser à la répartition des responsabilités entre l'enseignant et les élèves dans l'avancée de la résolution du problème mathématique et plus généralement dans l'évolution du projet didactique du professeur.

Ainsi, pour répondre à la question posée nous avons, l'une et l'autre, poursuivi une analyse des séances dans nos cadres de référence respectifs.

#### **3.1. Le *transfert* de responsabilité**

La notion de « transfert de responsabilité » - développée notamment par Rogoff (1999), en écho aux travaux de Bruner sur la tutelle (Bruner, 1983 ; Vannier-Benmostapha, 2003) – illustre la thèse vygotskienne selon laquelle tout apprentissage est socialement médiatisé : ce que l'enfant sait faire aujourd'hui avec aide, il saura le faire seul demain. Autrement dit, parler de transfert de responsabilité, c'est mettre l'accent sur la dimension diachronique de la médiation humaine.

Transposer dans le cadre scolaire, l'enseignant est censé assurer le passage d'une connaissance partagée (ou interpsychique) à une connaissance intériorisée (ou intrapsychique), les interactions langagières étant le vecteur principal de cette médiation.

Dans le cas qui nous intéresse, nous avons tout d'abord repéré à quels moments les élèves prenaient en charge les éléments de validation (ou d'invalidation) des solutions produites. Dans un second temps, nous avons cherché à analyser les conditions du transfert de cette responsabilité dans la dynamique des interactions : quels étaient les gestes « critiques » mis en œuvre par l'enseignant pour favoriser ce transfert ?

##### **3.1.1. *L'appropriation* par les élèves des éléments de la validation**

---

<sup>3</sup> Notons que les conditions de la recherche ne sont évidemment pas neutres. L'analyse conduite notamment par un membre de l'équipe s'attache à comparer les pratiques observées en termes de filiations et de ruptures (cf. C. Morin, document interne CREN)

L'activité de validation des solutions produites suppose la mobilisation des deux contraintes du problème comme éléments de l'argumentation attendue. Par contraintes du problème (ou encore « règle du jeu »), nous entendons : 1- trois nombres qui se suivent ; 2-la somme de ces trois nombres égale  $n$  ( $n$  étant, selon les cas, 15, 96, 36 ou 46).

En début de séance, P1 et P2 prennent en charge l'énonciation des contraintes du problème pour étayer l'activité de validation des élèves. Dans le décours temporel de l'activité de validation collective, on observe, de manière différenciée, le glissement de cette prise en charge du côté des élèves. Alors que P1 conserve en grande partie l'initiative de l'énonciation, P2 sollicite de plus en plus chez les élèves une mobilisation autonome des règles.

En cela, nous dirons que l'activité de P2 s'apparente à une activité de « formatage » au sens du « format » chez Bruner<sup>4</sup>. Mais l'intérêt de cette analyse ne réside pas tant dans le constat d'un transfert de responsabilité mais bien dans la mise en évidence des moyens de ce transfert : que fait (ou ne fait pas) l'enseignant pour assurer le passage de l'inter à l'intra ?

### *3.1.2. La dynamique du transfert*

La lecture attentive des transcriptions des séances met en évidence une différence significative entre les conduites mises en œuvre par P1 et P2 : là où P2 force la prise en charge par les élèves des deux éléments de validation, en posant la question « Pourquoi ? » sans plus de précisions, P1 choisit d'accompagner plus systématiquement la production de ces deux mêmes éléments.

## **3.2. Le partage de responsabilités en référence à la théorie des situations didactiques**

Dans le champ de la didactique des mathématiques, la notion de responsabilité est généralement liée à celles de contrat didactique et de dévolution, en termes de partage de la responsabilité - entre le maître et un ou plusieurs élèves, voire la classe – dans la réalisation des tâches mathématiques, enjeux d'une situation didactique. Il s'agit d'étudier la nature des tâches effectivement réalisées ainsi que les élèves réellement investis dans cette réalisation, soit parce qu'ils sont explicitement sollicités par le maître, soit parce qu'ils montrent qu'ils sont partie prenante d'une activité collective.

Dans la résolution d'un PPC il convient de distinguer deux types de situations : la production d'une réponse au problème posé qui correspond, dans la théorie des situations, à une phase d'action et la mise en débat des propositions des élèves qui

---

<sup>4</sup> Cf. la description de l'apprentissage du jeu « Coucou, me voilà » à travers lequel Bruner (1983a) décrit la structuration d'une activité conjointe (format de l'interaction) et l'appropriation progressive de la structure à règles par l'enfant qui prend de plus en plus d'initiatives dans la conduite du jeu.

correspond à une phase de validation. Cette distinction entre moment de production et moment de validation ne signifie pas pour autant qu'il n'y a pas au cours des moments de recherche de solutions un travail de validation *via* un contrôle par l'élève ou une intervention de l'enseignant. Ainsi, il est possible que lors d'un temps de recherche les élèves aient la responsabilité de la production de la réponse sans avoir celle de sa validation.

### 3.2.1. *La recherche de solutions aux problèmes*

Tout d'abord, le problème pour 15 n'est pas posé de la même façon dans les deux classes : P1 demande aux élèves « d'essayer d'écrire 15 comme la somme de trois nombres qui se suivent » alors que P2 leur demande de trouver la décomposition de 15 qui convient ; l'entrée dans le problème se fait donc avec moins d'incertitude dans le second cas. Par la suite, nous n'observons pas de différence significative lors des moments de recherche en ce qui concerne les tâches.

Intéressons nous maintenant à la répartition des responsabilités. P1 vise la dévolution des problèmes à chacun des élèves de la classe : elle demande de chercher individuellement et par écrit sans fournir d'indication sur la validité des propositions des élèves. Cette volonté se solde par un échec pour 15, il y a alors passage à un travail collectif (responsabilité laissée à l'ensemble de la classe, ce qui permet éventuellement à certains élèves de ne pas se sentir concernés). P2 traite collectivement et oralement le cas de 15 : il sollicite l'ensemble de la classe pour trouver une décomposition convenable et s'appuie sur des propositions individuelles d'élèves. Ensuite, pour 96 / 36, P2 laisse à chacun des élèves la responsabilité de la recherche mais intervient aussi auprès de certains élèves pour valider leur production. Ainsi, les élèves ont la responsabilité de la production, mais ils n'ont pas toujours celle de la validation.

### 3.2.2. *Le travail sur les propositions des élèves*

On observe chez P1 un découpage de la tâche en sous-tâches plus simples qui permettent de vérifier le respect de chacune des contraintes (la somme fait  $n$ , les nombres se suivent, voir tableau 1 pour une illustration avec le cas 96). Ainsi, les élèves n'ont pas à mobiliser d'eux-mêmes les deux contraintes. Par ailleurs, l'analyse montre une volonté chez P1 d'impliquer le plus d'élèves possible dans les moments de validation de propositions. De plus, P1 clôt par la formulation de la réponse au problème mettant en évidence les deux contraintes à respecter et nous observons, au fil de la séance, qu'elle laisse de plus en plus de responsabilité aux élèves dans l'élaboration de cette conclusion.

Nous n'observons pas ce « rabatement » sur des tâches techniques chez P2 mais il intervient dans la validation des propositions qui se fait le plus souvent de façon duale (P2 et Jonathan par exemple pour le cas 96, cf. tableau 1). La formulation de la conclusion pour chacun des cas est effectuée par l'enseignant et met peu en évidence les deux contraintes du problème.

#### 4. La confrontation de nos approches respectives

Dans cette partie, pour dépasser la juxtaposition des deux analyses, nous confrontons d'abord leurs apports respectifs quant aux pratiques des professeurs, puis comparons les découpages du corpus effectués. L'objet de ces confrontations est d'identifier ce qui, dans les résultats obtenus, est lié au cadre théorique choisi et ce qui est plutôt lié au type de questionnement.

##### 4.1. Quelles informations sur les pratiques des enseignants en lien avec les apprentissages des élèves ?

Le tableau 3 ci-dessous reprend de façon synthétique les résultats obtenus par chacune des deux approches.

	Approche didactique	Approche psychologie cognitive
« recherche » : responsabilités	P1 : recherche de production individuelle, validation à la charge des élèves P2 : production collective, puis individuelle, les élèves n'ont pas toujours la responsabilité de la validation	<i>Non étudiée</i>
« validation » : responsabilités	P2 : responsabilités effectives à moins d'élèves que P1	P1 : pas de transfert par rapport à la mobilisation des règles P2 : transfert
« recherche » : tâches	Moins d'incertitude pour 15 dans la classe de P1 que dans celle de P2. Pas de différence significative pour les autres nombres.	<i>Non étudiée</i>
« validation » : tâches	P1 : tâches simples et isolées mais structuration pour conclure P2 : tâches relativement complexes	P2 : vers une mobilisation autonome des règles P1 garde l'initiative de cette mobilisation
Dynamique du transfert de responsabilité	<i>Non étudiée</i>	P1 accompagne la production des éléments de validation P2 force la prise en charge de ces éléments

Tableau 3 : Tableau comparatif des résultats obtenus par les deux approches

Nos analyses respectives fournissent des informations convergentes et complémentaires sur les pratiques de chacun des deux enseignants.

L'approche de la psychologie cognitive nous renseigne sur une dynamique de transfert de responsabilité de l'inter à l'intra lors des phases de validation, sans

analyser cet aspect lors des phases de recherche. L'approche didactique<sup>5</sup> produit une description d'états successifs de partage de responsabilités entre le professeur et les élèves, depuis la phase de recherche jusqu'à la conclusion du problème et ne pose pas la question en termes de dynamique. Les raisons de cette différence résident dans les fondements mêmes des deux approches. L'entrée didactique est très liée à la théorie des situations qui a des fondements piagétiens : la situation est alors le médiateur de connaissances et, à travers la succession des phases d'action, formulation et validation, il y a un passage de l'intra à l'inter. Pour cette même raison, l'approche didactique se soucie du partage de responsabilités quant à la validation des réponses lors des phases de recherche de solutions au problème quand l'approche psychologique ne questionne pas cet aspect. Dans cette approche, l'étude de la dynamique des répartitions des responsabilités renverrait à une étude des régulations opérées par l'enseignant par rapport à son projet didactique (cf. Hersant, 2004).

#### ***4.2. Le découpage du corpus : un aspect méthodologique crucial***

Pour prolonger la comparaison des résultats nous avons initié une comparaison de type méthodologique qui permet en quelque sorte de « forcer » la confrontation de nos points de vue.

L'analyse didactique, effectuée principalement en référence aux objets mathématiques en jeu, produit trois niveaux de découpage de la séance en procédant par zooms successifs. A un niveau macro, il s'agit de repérer les différentes étapes de la résolution du problème au regard de la prescription établie en amont de la séance. Trois étapes sont ainsi définies : l'étape 1 est centrée sur l'appropriation du problème et de ses contraintes à partir du cas 15 ; l'étape 2 couvre le traitement des cas particuliers que sont 96, 36 et 46 ; l'étape 3 correspond à l'élaboration d'une conjecture valable pour l'ensemble des nombres entiers. Chaque étape se subdivise en phases et chaque phase en épisodes. La phase est une unité d'activité pour le professeur et pour les élèves. Elle est définie par une question mathématique et/ou un mode d'organisation du travail des élèves. L'épisode rend compte d'un découpage à un niveau plus micro. Il est relatif à une unité d'objet de l'interaction et à une certaine stabilité des inter-actants (Hersant, 2001)

L'analyse psychologique de l'activité enseignante organise le découpage du corpus en fonction des buts poursuivis par le professeur, buts inférés des conduites observées (en référence au cadre d'analyse développé en didactique professionnelle). Deux niveaux de buts sont ainsi retenus, correspondant à deux niveaux de découpage imbriqués. Au niveau macro, un premier but vise l'enrôlement des élèves dans une tâche de résolution d'un problème particulier : il s'agit de négocier avec les élèves la définition de la tâche à réaliser et la recherche pour 15 est le vecteur de cette négociation. La poursuite de ce but couvre

---

<sup>5</sup> du moins si l'on s'intéresse uniquement à l'étude du partage de responsabilité



globalement l'étape 1 décrite plus haut, mais ne s'y réduit pas. Ce même but peut en effet ressurgir dans le décours temporel des interactions pour pallier un défaut d'enrôlement, réel ou supposé, chez un élève ou un groupe d'élèves. A un niveau plus micro, nous isolons des épisodes. Un épisode se définit, ici encore, en fonction des buts (ou sous-buts si nous nous référons à une hiérarchisation des buts) poursuivis par l'enseignant. Quatre buts sont ainsi distingués au cours de la phase d'enrôlement évoquée ci-dessus : 1-énoncer la tâche prescrite ; 2-organiser matériellement le travail des élèves ; 3- étayer l'activité de résolution et de validation ; 4-organiser les échanges entre les élèves. Le découpage en épisode suit les changements de buts « lisibles » dans les conduites du professeur.

La confrontation de nos découpages respectifs met en évidence des convergences et des divergences,). Les plus fortes divergences se trouvent au niveau de la césure des épisodes. Un changement de tâches de l'enseignant correspond le plus souvent à un changement de but. Mais, dans l'analyse psychologique, certaines modifications de but de l'enseignant sont perçues de façon précoces alors qu'elles ne sont prises en compte dans l'analyse didactique que si elles débouchent sur un changement de tâche.

Les conduites relatives à l'organisation matérielle de la séance - qui constituent une partie indéniable de l'action et des préoccupations de l'enseignant en début de séance - sont prises en compte par le découpage psychologique en termes de buts mais ne font pas l'objet du découpage didactique. Ce dernier reste davantage centré sur l'évolution mathématique de la séance et, en particulier, privilégie une mise en évidence des écarts éventuels au déroulement prévu en termes de retour sur des savoirs anciens par exemple. A ce titre, il ne rend pas compte de certaines actions de l'enseignant qui peuvent toutefois correspondre à des préoccupations ponctuellement fortes et modifier le décours de la séance.

## 5. Conclusion

La comparaison des analyses permet de faire ressortir ce qui, finalement, sous-tend les résultats obtenus dans chacune des analyses. Le cadre global de la recherche, c'est-à-dire l'entrée choisie pour analyser le corpus, est un premier filtre : le découpage du corpus selon des buts de l'activité enseignante permet de rendre compte de la pratique des professeurs au-delà des aspects purement mathématiques et didactiques ; le découpage didactique du corpus permet de suivre le cheminement de la construction des savoirs dans la classe. Ce filtre n'est pas à négliger si l'on s'intéresse à la comparaison entre enseignant expérimenté et enseignant novice. Le cadre théorique de référence est un second filtre : l'approche psychologique considère que tout apprentissage est socialement médiatisé et s'intéresse donc au passage de l'inter à l'intra quand l'approche didactique, qui a des fondements plus piagétiens, prend en compte la façon dont l'élève est confronté au problème à travers l'étude du partage des responsabilités dans la classe.

## 6. Bibliographie

- Brousseau, G. (1996). L'enseignant dans la théorie des situations didactiques, In Perrin-Glorian & Noirfalise (Ed), Actes de la 8ème Ecole d'Eté de didactique des mathématiques, I.R.E.M. de Clermont-Ferrand, pp. 3-46
- Brousseau, G. (1998). Théorie des situations didactiques, Grenoble : La pensée Sauvage.
- Bruner, J.S. (1983a). L'apprentissage des structures de règles. In Le développement de l'enfant savoir faire savoir dire. Paris : PUF. 239-250.
- Bruner, J.S. (1983b). Le rôle des interactions de tutelle dans la résolution de problèmes. In Le développement de l'enfant savoir faire savoir dire. Paris : PUF. 261-280.
- Douaire, J. & al. (2003). 'Gestion des mises en commun par les maîtres débutants', Faire des maths en classe ?, pp. 53-69
- ERMEL. (1999). Vrai ? Faux ? ... On en débat ! De l'argumentation vers la preuve au cycle 3. Paris : INRP
- Hersant, M. (2001). Interactions didactiques et pratiques d'enseignement, le cas de la proportionnalité au collège, Thèse Université Paris 7
- Hersant, M. (2004). Caractérisation d'une pratique d'enseignement des mathématiques, le cours dialogué, Revue canadienne de l'enseignement des sciences, des mathématiques et des technologies 4(2), 241-258
- Hersant, M. (2005). La gestion d'une situation " ouverte " en mathématiques : questions d'expérience et de rapport au savoir. In 5ème colloque international Recherche et Formation. Nantes.
- Perrin-Glorian, M-J. & Hersant, M. (2003) Milieu et contrat didactique, outils pour l'analyse de séquences ordinaires', Recherches en didactique des mathématiques 23(2), 217-276
- Rogalski, J. (2003). Y a-t-il un pilote dans la classe ? Recherches en didactique des mathématiques
- Rogoff, B. (1990). Apprenticeship in thinking. Cognitive Development in Social Context. Oxford : University Press.
- Vannier-Benmostapha, M.P. (2002). Dimensions sensibles des situations de tutelle et analyse du travail de l'enseignant de mathématiques. Etude de cas dans trois institutions scolaires en CLIPA, 4ème Technologique agricole et CM2, Thèse de Doctorat en Sciences de l'Education, Paris Université Paris V –René Descartes.
- Vygotski, L.S. (1985). Pensée et langage. Messidor / Editions Sociales